Colle du 03/11 - Sujet 1
Equations différentielles et déterminant

Question de cours

1. Donner la définition de l'application déterminant.
2. Montrer que si a est une fonction continue sur I qui ne s'annule pas, alors l'ensemble des solutions sur I de $ay' + by = 0$ est $Vect\left(t \mapsto \mathrm{e}^{-A(t)}\right)$ où A est une primitive de b/a sur I.

Exercice 1. Déterminer les solutions de l'équation différentielle $\forall x \in \mathbb{R}_+^*,\ xy'(x) - y(x) = x^2\cos(x)$.

Exercice 2. Pour $n \in \mathbb{N}^*$, $(a_0, \dots, a_{n-1}) \in \mathbb{R}^n$, $\lambda \in \mathbb{R}$ calculer

$$D_n\left(a_0, \dots, a_{n-1}\right) = \begin{vmatrix} \lambda & 0 & \cdots & 0 & a_0 \\ -1 & \ddots & \ddots & \vdots & a_1 \\ 0 & -1 & \ddots & 0 & a_2 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \lambda & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & -1 & \lambda + a_{n-1} \end{vmatrix}.$$

Soient D_1, D_2 et D_3 trois droites du plan dont les équations sont données par $D_1 : \lambda x - y = 0$, $D_2 : \lambda y = -1$ et $D_3 : x - y = -1 + \lambda$. Déterminer les valeurs de λ pour lesquelles les trois droites sont concourantes

---

Colle de mathématiques PT 2026-2027

Colle du 03/11 - Sujet 2
Equations différentielles et déterminant

Question de cours

1. Enoncer le théorème de Cauchy linéaire pour une équation différentielle d'ordre 2.
2. Donner la présentation de la méthode d'abaissement du degré pour trouver la solution générale d'une équation différentielle d'ordre 2, sous l'hypothèse d'en connaitre une solution homogène.

Exercice 1. Calculer $D = \begin{vmatrix} 1 & a & b & ab \\ 1 & c & b & cb \\ 1 & a & d & ad \\ 1 & c & d & cd \end{vmatrix}$.

Exercice 2. Soit

$$\forall t \in \mathbb{R}_+^*, \qquad t^2y'' + ty' - y = t\ln(t). \tag{E}$$

1. Déterminer l'ensemble des solutions de la forme $t \mapsto t^\alpha$ de l'équation homogène associée à (E).
2. Résoudre (E).

Colle du 03/11 - Sujet 3
Equations différentielles et déterminant

Question de cours

1. Préciser le développement d'un déterminant selon une colonne.
2. Montrer que deux matrices semblables ont le même déterminant.

Exercice 1. Calculer le déterminant de $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 5 & 0 \\ 3 & 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$

Exercice 2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation différentielle $y'' - 2y' + y = \frac{2t\,\mathrm{e}^t}{t^2+1}$.